Hvor mye energi / effekt kan vi oppnå?

Hvor stor andel av vindenergien vi kan forvandle til elektrisk energi ? Vi forstår at vi ikke kan utnytte hele energipotensialet. Da måtte vi bremset vinden til å stå i ro etter vindmøllen. Det går ikke siden luften må ha en hastighet for komme seg vekk fra vindmølla.

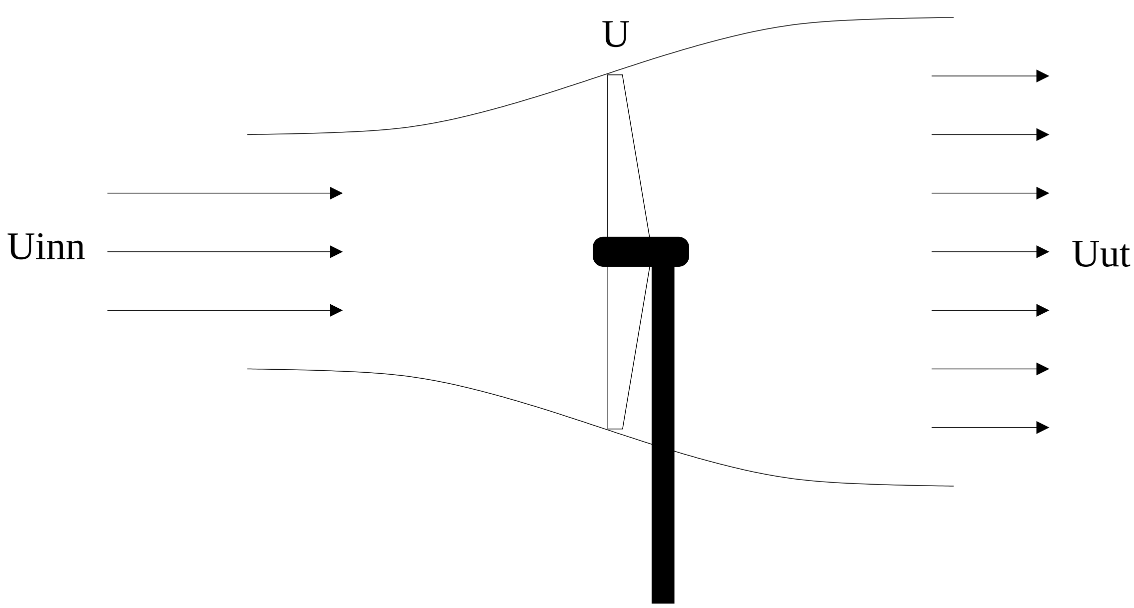

Figure 1: Vindmølle i vind, hastigheten i luften avtar etter å ha passert vindmøllen.

Spørsmål : Vi forstår at vindhastigheten før vindmøllen er høyere enn vindhastigheten etter (vindmøllen "bremser" luften). Figuren over viser "banen" som luftpartiklene følger. La oss kalle arealet som luften strmmer gjennom for A. Hvorfor må A_{ut} være større enn A_{inn} ?

Vi antar at hastigheten ved vindmøllen er lik middelverien av hastigheten i luften før og etter å ha passert vindmøllen. (Denne antagelsen innebærer at effekten at av vindmøllen "dytter" på vinden forut er like stor som at den "drar" på vinden på baksiden. Dette viser seg å være en god antagelse både på vindmøller og på propellere.) Hastigheten ved rotoren $U[m/s]$ blir dermed :

$$U = \frac{1}{2}(U_{inn} + U_{ut}) \tag{1}$$

Massen som strømmer gjennom rotorskiven er i løpet av tiden δt er :

$$m = \dot{m}\delta t = \rho A U \delta t = \rho A \frac{1}{2}(U_{inn} + U_{ut})\delta t \tag{2}$$

Massestrømmen er altså $\dot{m}[kg/s]$:

$$\dot{m} = \rho A \frac{1}{2}(U_{inn} + U_{ut}) \tag{3}$$

Energien som vi kan trekke ut i løpet av tiden δt kan vi finne ved bruke uttrykket for kinetisk energi ($E = \frac{1}{2}mv^2$):

$$E = E_{inn} - E_{ut} = \frac{1}{2}\dot{m}\delta t(U_{inn}^2) - \frac{1}{2}\dot{m}\delta t(U_{ut}^2) = \frac{1}{2}\dot{m}\delta t(U_{inn}^2 - U_{ut}^2) \tag{4}$$

Effekten $P = \frac{E}{\delta t}[J/s = Watt]$ (Energi pr. tidsenhet) blir dermed :

$$P = \frac{1}{2}\dot{m}(U_{inn}^2 - U_{ut}^2) \tag{5}$$

Eller ved å sette inn for $\dot{m}$:

$$P = \frac{\rho A}{4}(U_{inn}^2 - U_{ut}^2)(U_{inn} + U_{ut}) \tag{6}$$

Vi en interessert i å finne hvor stor **andel,** η av den kinetiske energien i luften vi kan trekke ut. Vi dividerer derfor med effekten i innkommende luft : ($P_{inn} = \frac{\rho A}{2}U_{inn}^3$)og finner :

$$\eta = P/P_{inn} = \frac{1}{2}(1 - (\frac{U_{ut}}{U_{inn}})^2)(1 + \frac{U_{ut}}{U_{inn}}) \tag{7}$$

Vi kan kalle uttrykket $\frac{U_{ut}}{U_{inn}}$ for x, og fr dermed :.

$$\eta = P/P_{inn} = \frac{1}{2}(1 - x^2)(1 + x) \tag{8}$$

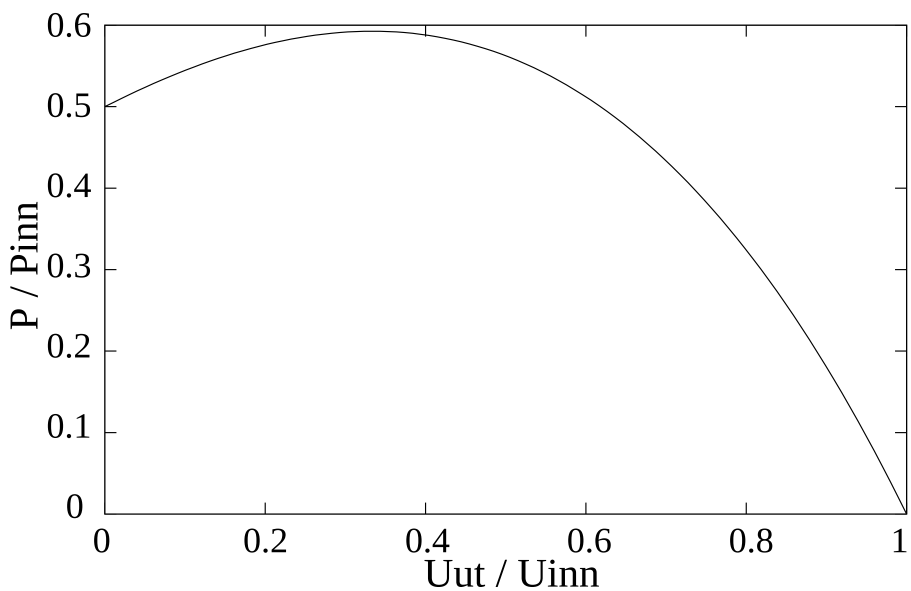

Figure 2: Maksimal andel av energien som lar seg omdanne til elektrisk energi som funksjon av forhold mellom hastighet ut og hastighet inn på vindturbinen.

Vi kan dermed fastslå at øvre grense for hvor stor effekt vi kan trekke ut er ca. 60% (det nøyaktige tallet kan leseren selv finne) av den kinetiske energien i luften ($P_{max} \approx 0.6 \cdot \frac{\rho A}{2}U_{inn}^3$). Dette oppnås ved å bremse luften til omtrent $\frac{1}{3}$ av innkommende hastighet ($U_{ut} = \frac{1}{3}U_{inn}$). Vindhastigheten i rotorplanet blir dermed $\frac{2}{3}$ av innkommende vindhastighet, $U = \frac{2}{3}U_{inn}$. Dette kalles Betz teorem.